

Школьный тур Всероссийской олимпиады по математике (10 класс)

285.

2019 - 2020 уч. год

Мурданова Анна

1) $2x^2 - 1 = 2xy$

$2x^2 - 1 = x \quad x > 1$

$x = 1 \quad 1; -1$

$2 \cdot 1^2 - 1 = 1$ - решение нет

$2x(x-y) = 1$ Ж.

I -ая часть кратна 2, а левая не кратна 2 - противоречие.

2) Начальная площадь основания сосуда равна:

$S = \pi \cdot \left(\frac{d^2}{2}\right) = \frac{\pi d^2}{4}$. Если diam. сосуда увеличим в $2r$, то площадь основания становится: $S = \pi \cdot \left(\frac{2d^2}{2}\right) = \pi d^2$, т.е. увеличивается в 4 раза.

$S = 4 \cdot S$, т.к. объем цилиндра остается неизменным, получается уравнение $h_2 \cdot 4S = h \cdot S$

$h_2 = \frac{h}{4} = \frac{16}{4} = 4$. Ответ: 4 Ж.

3) Док-ть $a \geq 1, b \leq -3$, то $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \geq 4+ab$

$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \geq 4+ab$

$\frac{a^2 - 2ab + b^2}{4} - 4 \geq 0$

$\left(\frac{a-b}{4}\right)^2 - 4 \geq 0 \quad x \geq y$

$-x \leq -y$

$\left(\frac{a-b}{4}\right)^2 \geq 4$

$(a-b)^2 \geq 16$ Ж

$$-b \geq 3$$

$$a + (-b) \geq 4$$

$$(a - b)^2 \geq 16.$$

4) Рассмотрим, напр. 10 прямых такостей. Ни-
какие две из которых не параллельны и никакие
3 не пересекаются в 1 точке. Будем считать, что
прямая - это автобусное маршруты, а их точки
пересечения - остановки. При этом с каждой а-
тамовки можно проехать на любую другую,
если остановки лежат на 1 прямой, то без
пересадки, а если нет, то с 1 пересадкой. Даже
если отбросить в этой семье одну прямую,
то в пути не больше одной пересадки. Однако,
если отбросить 2 прямые, то одна остановка
уже вовсе не будет обслуживаться оставши-
мися маршрутами и с нее будет невозможно
проехать на какую-либо другую. 65.

5) В классе есть хотя бы один двучлен. Найдем
ли число учеников в классе будет тогда, когда
он один. Этот двучлен составляет тогда меньше,
чем 4,5% ($100 - 95,5 = 4,5\%$) число всех учеников
класса не менее 3,5% и не более 4,5% от. Чт. с
дв. Пусть в классе x человек, старшекласс с двойкой, а
 y - всего учеников в классе.

$$3,5 \leq 100 \cdot \left(\frac{x}{y}\right) \leq 4,5$$

$$35y \leq 1000x \leq 45y$$

$$7y \leq 200x \leq 9y$$

$$y \leq 28x + 4 \cdot \frac{x}{7}$$

$$y \geq 22x \cdot \frac{x}{9} > 22 (m. k. \neq 0)$$

y - целое

$$y \geq 23 \text{ при } x=1$$

Миним. число учеников в классе равно 23. 75.